

### مجموعه سوال ۳

موسسه عالی آموزش و پژوهش مدیریت و برنامه ریزی

دوره دکتری اقتصاد سال تحصیلی ۱۳۹۲

نظریه قرارداد - نمایشگری<sup>۱</sup>

علی مزبکی

تاریخ تحویل: شنبه ۱۹ آبان ۱۳۹۲، قبل از ساعت ۱۵:۰۰

#### تمرین (۱)

Consider the following *signalling game*. There are two players who act in sequence. The first player to move is referred to as the sender, and the second player is referred to as the receiver or responder. Before play begins, nature draws the sender's type. With probability  $p_0 \in (0,1)$  the sender is the "high" type, denoted by  $\bar{t} = 50$ . With complementary probability of  $1 - p_0$  the sender is the low type denoted by  $\underline{t} = 40$ .

The sender observes his type and then chooses an action,  $a$ . The sender's (type-dependent) payoff is given by:

$$u = \begin{cases} -\frac{1}{2}(a - 50)^2 + 100r & t = \bar{t} \\ -\frac{1}{2}(a - 40)^2 + 100r & t = \underline{t} \end{cases}$$

Where  $r \in \{0,1\}$  is the responder's response. Thus, in order to obtain the "bonus" of 100; the sender would like to induce the receiver to make a response of  $r = 1$ , rather than a response of  $r = 0$ . The receiver does not know the type of the sender but he observes the sender's action  $a$ . His prior beliefs are captured by  $p_0$ . The receiver's payoffs are affected by his response  $r \in \{0,1\}$  and are given by

$$v = \begin{cases} 100r & t = \bar{t} = 50 \\ 100(1 - r) & t = \underline{t} = 40 \end{cases}$$

---

<sup>1</sup> Signaling

That is, the receiver ideally wants to choose  $r = 1$  for the high type but  $r = 0$  otherwise.

(a) Derive the optimal actions  $\bar{a}$  and  $\underline{a}$  the sender would choose with complete information. What is the receiver's response with complete information? What are the resulting payoffs?

Now suppose that there is incomplete information about the sender's type again.

(b) Show that the complete information outcome is not incentive compatible with incomplete information.

(c) In a separating perfect Bayesian equilibrium, which one of the two types will choose the complete information action? Why so?

(d) Write down the incentive-compatibility constraints assuming separating behaviour. Derive the whole set of separating equilibria assuming out of equilibrium beliefs of  $p_1 = 0$ .

(e) Now consider pooling. Does a pooling equilibrium exist regardless of the prior  $p_0$ ?

(f) Write down the incentive compatibility constraints assuming pooling behaviour. Derive the whole set of pooling equilibria assuming out of equilibrium beliefs of  $p_1 = 0$ .

(g) Which equilibrium / which equilibria in d) and f) (if any) survive the application of the Intuitive Criterion?

(h) After the application of the Intuitive Criterion, are there any equilibria left you would consider non plausible? Why or why not?

**تمرین ۲**<sup>۲</sup> یک واقعیت سبک شده<sup>۳</sup> در تامین مالی شرکتها بدین ترتیب بیان می شود: "هنگامی که شرکتها برای تامین مالی خود سهام جدید منتشر می کنند (افزایش سرمایه می دهند) بهای سهام کم می شود، هرچند به نظر نبایستی این گونه باشد چون این افزایش به معنی وجود فرصت های سرمایه گذاری جدید برای شرکت بوده و بایستی موجب افزایش قیمت سهام آن شرکت شود!" برای تحلیل این موضوع مدل علامت دهی زیر را در نظر بگیرید:

---

<sup>۲</sup> این تمرین از کتاب بولتون و دواتریونوت آورده شده است.

<sup>۳</sup> Stylized fact

فرض کنید که بنگاهی نیازمند سرمایه ۲۰ واحدی در زمان  $t = 0$  است که حتماً در  $t = 1$  بازدهی معادل ۳۰ واحد برای بنگاه خواهد داشت. اما ارزش واقعی بنگاه برای سرمایه‌گذاران بالقوه روشن نیست. هرچند آنها می‌دانند که با احتمال ۱۰٪ ارزش بنگاه برابر ۱۰۰ است. در این صورت بنگاه را نوع  $G^4$  می‌نامیم. همچنین با احتمال ۹۰٪ ارزش بنگاه برابر ۵۰ است. در این صورت بنگاه را نوع  $B^5$  می‌نامیم. چنانچه بنگاه و سرمایه‌گذار هر دو ریسک خنثی<sup>۶</sup> باشند، ترجیح بین زمانی وجود نداشته باشد و بنگاه به قصد تامین این سرمایه از بازار مالی سهم جدید منتشر نماید:

الف) در حالت اطلاعات کامل: اگر بنگاه از نوع  $G$  باشد، سرمایه‌گذار در صورت تامین ۲۰ واحد سرمایه‌گذاری در برابر مالکیت  $\frac{20}{130}$  سهام بنگاه (به صورت سهم جدید) ارزش سرمایه خود را از دست نمی‌دهد؛ چون  $20 = (100 + 30) \left(\frac{20}{130}\right)$ . بنابراین بنگاه دقیقاً این مقدار سهام را به سرمایه‌گذار می‌فروشد. چنانچه بنگاه از نوع  $B$  باشد کسر مورد نظر  $\frac{20}{80}$  است. سود بنگاه (سود سهامداران قدیم بنگاه) در هر حالت چه مقدار است؟

ب) با "پندار پیشین"<sup>۷</sup> سرمایه‌گذار مبنی بر این که بنگاه ممکن است از هر دو نوع باشد چه کسری از سهام بنگاه بایستی به صورت سهم جدید منتشر شود؟ سود سهامداران و بنگاه چگونه خواهد بود؟ آیا نتیجه معقول است؟

ج) حال فرض کنید "پندار پیشین" سرمایه‌گذار این است که فقط بنگاه نوع  $B$  سهام جدید منتشر می‌کند. پرسش‌های بند "ب" را پاسخ دهید. این نتیجه چگونه واقعیت سبک‌شده‌ای که در اول پرسش آمد را توجیه می‌کند؟

د) حال فرض کنید که بنگاه در  $t=0$  این امکان را داشته باشد که قول بدهد تا در دوره  $t = 1$  یک تبلیغات بی‌فایده با هزینه  $K$  انجام دهد. اندازه  $K$  توسط بنگاه انتخاب شده، هیچ سودی ندارد و غیر قابل بازبایی است. نشان دهید که بنگاه  $G$  می‌تواند از تبلیغات به عنوان یک ابزار علامت‌دهی استفاده نماید تا " $G$ " بودن خود را نشان دهد. (به بیان فنی، نشان دهید که یک تعادل بیزی کامل جداکننده<sup>۸</sup> وجود دارد که پندار پیشین "بنگاه  $G$  تبلیغ می‌کند و  $B$  تبلیغ نمی‌کند" را بتوان بر آن استوار نمود.)

ه) بسیار کوتاه (در ۲ جمله) تامین مالی از طریق بدهی و انتشار سهام را در این چارچوب مقایسه کنید.

**تمرین ۳**<sup>۹</sup> در بسیاری مواقع مالیات بر درآمدها با این توجیه دریافت می‌شود که موجب توزیع بهتر درآمدها شود. با به‌کارگیری مدل زیر می‌خواهیم به بررسی این سیاست پردازیم.

فرض کنید میزان درآمد افراد بر اساس تیپ آن‌ها  $(\theta \in \{\theta_L, \theta_H\})$  و میزان فعالیتشان  $(a)$  تعیین شود:

<sup>4</sup> Good

<sup>5</sup> Bad

<sup>6</sup> Risk neutral

<sup>7</sup> Prior belief

<sup>8</sup> Separating PBE

<sup>۹</sup> این تمرین از متن کتاب بولتون و دواتریونت ساخته شده است.

$$y = \theta a$$

همچنین افراد از کارکردن به اندازه  $C(a) = \frac{1}{2}a^2$  اذیت می‌شوند. چنانچه  $Prob(\theta = \theta_L) = \beta$ ، و مطلوبیت همه افراد جامعه یکسان و برابر  $u(y - C(a))$ ، به طوری که  $u'' < 0$  و  $u' > 0$ ، باشد:

الف) با توجه به این مدل افراد چه اندازه تلاش می‌کنند؟

حال چنانچه دولت بخواهد مالیات بر درآمد بگیرد و انواع میزان مالیات  $t_L$  و  $t_H$  را برای تیپ‌های  $\theta_L$  و  $\theta_H$  تعریف کند. با در نظر گرفتن محدودیت بودجه دولت که آن را به این صورت می‌نویسیم:

$$\beta t_L + (1 - \beta)t_H \geq 0$$

ب) در حالت اطلاعات کامل (First best) میزان مالیات و فعالیت بهینه چه مقدار است؟

ج) در حالت اطلاعات ناقص محدودیت‌های انگیزه را بنویسید و درباره این که کدام محدودیت اضافی است بحث کنید.

(راهنمایی ۱: محدودیت انگیزه تیپ  $\theta_L$  اضافی است)

(راهنمایی ۲: چنانچه تیپ  $L$  بخواهد خود را  $H$  نشان دهد به اندازه  $\frac{y_H}{\theta_L}$  تلاش می‌کند و بالعکس)

د) مساله نهایی را نوشته و حل نمایید.

ه) آیا کارایی (برابری تلاش‌ها با مقدار بهینه آن‌ها) برقرار است؟ برای کدام تیپ (ها) کارایی برقرار است؟

و) با علم به این موضوع که مالیات بر درآمد با هدف بهبود توزیع درآمدها وضع می‌شود، چه تحلیل اقتصادی از پاسخ بند (ه) می‌توان گرفت؟